

Calcul littéral

1) Rôle de la lettre

L'adjectif « littéral » signifie « avec des lettres ». Donc le calcul littéral est un calcul avec des lettres.

- Une lettre peut remplacer n'importe quel nombre. Elle permet de généraliser l'écriture d'un calcul.
- Dans un problème, il faut donner une signification à la lettre.
- Deux lettres différentes peuvent représenter le même nombre.

2) Simplification d'écritures

Pour simplifier les écritures mathématiques, on peut **supprimer le signe \times** :

- | | |
|---|--|
| - entre deux lettres | $a \times b = a b$ |
| - entre un nombre et une lettre | $4 \times x = 4 x$ |
| - entre un nombre placé devant une parenthèse | $2 \times (y + 3) = 2 (y + 3)$ |
| - entre une lettre placée devant une parenthèse | $a \times (d - 1) = a (d - 1)$ |
| - entre deux parenthèses | $(y + 8) \times (a - 12) = (y + 8) (a - 12)$ |

Cas particuliers :

Pour tous les nombres a , b ou x , on a toujours :

$$\mathbf{1 \times a = a} \qquad \mathbf{-1 \times a = -a} \qquad \mathbf{0 \times a = 0} \qquad \mathbf{a \times b = b \times a}$$

$$\mathbf{1 \times x = x} \qquad x \times 8 = 8 \times x = 8 x \qquad 2 x^2 \times 3 = 3 \times 2 x^2 = 6 x^2 \qquad 1 \times (x + 7) = (x + 7)$$

On n'écrit pas le 1 devant une lettre ou une parenthèse.

Les nombres s'écrivent devant les lettres et les parenthèses.

3) Expression numérique, expression littérale

$$P = 2x + 4y$$

P n'est pas calculable : On dit que P est une **expression littérale**.

Elle dépend de la valeur des nombres « x » et « y ».

Si $x = 5$ et $y = 6$, alors $P = 2 \times 5 + 4 \times 6$ P est une **expression numérique**.

$$P = 10 + 24$$

On peut **calculer** sa valeur.

$$P = 34$$

4) Tester une égalité

Pour tester une égalité, on calcule séparément la valeur du premier membre de l'égalité et la valeur du second membre pour une même valeur numérique donnée.

Exemple Un élève a écrit $2 a + 5 (a + 3) = 7 a + 3$

On teste pour $a = 0$:

on a d'une part :

$$2 a + 5 (a + 3) = 2 \times 0 + 5 (0 + 3) \\ = 15$$

d'autre part :

$$7 a + 3 = 7 \times 0 + 3 \\ = 3$$

$$15 \neq 3$$

Les résultats sont différents : le développement obtenu par l'élève est donc faux.

5) Réduction d'expressions littérales - Suppression de parenthèses

a) Sans parenthèses

Réduire une expression littérale, c'est l'écrire sans parenthèses et avec le moins de termes possibles.

Exemple :

$$A = 5x^2 + 3x - 2 + 4x - x^2 - 1$$

$$A = 5x^2 - x^2 + 3x + 4x - 2 - 1$$

$$A = 4x^2 + 7x - 3$$

On regroupe les termes en x^2 , puis ceux en x et les nombres entre eux

On compte les termes en x^2 , puis ceux en x et les nombres entre eux

On obtient la forme **réduite** de A .

b) Avec des parenthèses

Si les parenthèses sont précédées du **signe +**, on peut **supprimer ces parenthèses (ainsi que le signe +)** sans changer l'expressions entre parenthèses.

Exemples

$$A = 4 + (5 - x)$$

$$A = 4 + 5 - x$$

$$A = 9 - x$$

$$B = 4,5 + (-x + 11)$$

$$B = 4,5 - x + 11$$

$$B = 15,5 - x$$

$$C = -7 + (-4 + 9)$$

$$C = -7 + -4 + 9$$

$$C = -2$$

2) Si les parenthèses sont précédées du **signe -**, on **supprime les parenthèses et le signe - qui les précède et on change tous les signes à l'intérieur de ces parenthèses.**

Exemples

$$D = 2x - (6,5 + x)$$

$$D = 2x - 6,5 - x$$

$$D = 2x - x - 6,5$$

$$D = x - 6,5$$

$$E = 6 - (-7 + x)$$

$$E = 6 + 7 - x$$

$$E = 13 - x$$

$$F = 3 - (-8 + 6)$$

$$F = 3 + 8 - 6$$

$$F = 5$$

Autrement dit : L'opposé d'une somme $a + b$ est la somme des opposés de a et de b .

L'opposé de la différence $a - b$ est la somme de b et de l'opposé de a .

$$-(a + b) = -a - b$$

$$-(a - b) = -a + b$$

6) Développement d'une expression littérale

Développer une expression, c'est la transformer en une somme. On utilise pour cela la distributivité.

a, b, k sont des nombres relatifs, on a :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

$$k \times (a - b) = k \times a - k \times b$$

développer

factoriser

Exemples

Développer

$$A = 3(x - 4)$$

$$A = 3 \times x - 3 \times 4$$

$$A = 3x - 12$$

$$B = 1,5(2x - 3)$$

$$B = 1,5 \times 2x - 1,5 \times 3$$

$$B = 3x - 4,5$$

$$C = -4,5(5 - 2x)$$

$$C = -4,5 \times 5 - 4,5 \times (-2x)$$

$$C = -22,5 + 9x$$

Factoriser

$$D = 6x + 18$$

$$D = 6 \times x + 6 \times 3$$

$$D = 6 \times (x + 3)$$

$$E = 15x + 5$$

$$E = 5 \times 3x + 5 \times 1$$

$$E = 5(3x + 1)$$

$$F = x^2 - 7x$$

$$F = x \times x - 7 \times x$$

$$F = x \times (x - 7)$$